

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PRÁTICA PEDAGÓGICA PARA CALCULAR A RAIZ QUADRADA DE UM NÚMERO

ROSÂNGELA ARAÚJO DA SILVA
ANA CAROLINA CONFESSOR DE LIMA
MARTA MARIA DE AZEVEDO SILVA

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma prática pedagógica para o cálculo da raiz quadrada de um número inteiro qualquer utilizando História da Matemática. Utilizamos para tanto a pesquisa bibliográfica, entre outros, os autores: D'Ambrósio (2009), Mendes (2017), Miguel e Miorim (2011), Morey (2013) e Saito (2016; 2018) e para a atividade Mol (2013) e Roque (2012) mostrando o caráter aplicado da pesquisa. Os resultados foram muito satisfatórios ao mostrar aos alunos que é possível calcular a raiz quadrada sem auxílio de calculadora, apenas com as operações básicas, assim como, foi uma surpresa o fato que a radiciação era conhecida e trabalhada pelos povos babilônicos.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática, Povos babilônicos, Raiz quadrada.

HISTORY OF MATHEMATICS AS A PEDAGOGICAL PRACTICE FOR CALCULATING THE SQUARE ROOT OF A NUMBER

ABSTRACT

This paper aims to present a pedagogical practice for calculating the square root of any integer using History of Mathematics. We use the bibliographic research, among others, the authors: D'Ambrósio (2009), Mendes (2017), Miguel and Miorim (2011), Morey (2013) and Saito (2016; 2018) and for the activity Mol (2013).) and Roque (2012) showing the applied character of the research. The results were very satisfactory in showing students that it is possible to calculate the square root without the aid of a calculator, just with the basic operations, as it was a surprise that rooting was known and worked by the Babylonian people.

KEYWORDS: History of Mathematics, Babylonian Peoples, Square Root.

1 INTRODUÇÃO

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998, p. 43), mostram uma concepção de que o uso da História da Matemática em sala de aula não deve ser restrito apenas a leituras de textos históricos, mas que deve ser encarada “[...] como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados”.

Este trabalho vai retratar a utilização da História da Matemática como prática pedagógica para ensinar o cálculo da raiz quadrada de um número inteiro qualquer, através de um método iterativo usado pelos babilônios em 2000 a 1600 a.E.C., a atividade descrita foi aplicada em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, e tem em vista desenvolver interesse e curiosidade sobre a origem de conceitos matemáticos e o uso deles na atualidade.

Miguel e Miorim acreditam ser possível buscar na História da Matemática apoio para se atingir com os alunos alguns objetivos pedagógicos que os levam a perceber, por exemplo:

- (1) a matemática como uma criação humana;
- (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
- (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das ideias matemáticas;
- (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.;
- (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
- (6) as percepções que os matemáticos tem do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
- (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p.53)

Diante de tais fundamentos, refletimos sobre a importância da introdução e do uso do contexto histórico em sala de aula, e do quanto o professor de Matemática pode vir a contribuir para o conhecimento do aluno.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A importância da utilização da História da Matemática no processo de ensino de Matemática foi evidenciada por Saito (2018, p. 604), ao afirmar que:

Muitas iniciativas que buscam recursos na história da matemática para articulá-los no ensino de matemática têm sido apreciadas não só no Brasil, mas também em outros centros internacionais. Tais iniciativas têm fornecido subsídios, bem como pontuado diferentes vertentes didáticas (e também pedagógicas) com vistas a propor novos caminhos de abordagem para a aprendizagem de matemática.

O autor afirma que esta articulação não é tarefa fácil,

[...] uma vez que requer que consideremos não só os aspectos epistemológicos e metodológicos ligados à história da matemática, mas também à educação matemática, pois essas duas áreas de conhecimento referem-se a campos de investigação distintos, definidos por diferentes métodos e objetos de investigação. (SAITO, 2018, p. 605)

Em outro texto, Saito apresenta possibilidades:

Uma história da matemática pautada em tendências historiográficas atualizadas torna-se mais interessante porque não tem por foco os conteúdos matemáticos em si, nem os procedimentos, métodos, técnicas ou algoritmos, mas o processo da construção desses mesmos conteúdos, métodos, técnicas ou algoritmos historicamente contextualizados. O estudo desse processo conduz a uma linha interpretativa diferenciada que propicia abordar esses mesmos elementos por outra perspectiva, fazendo emergir outros tantos novos na historicidade, tais como processos que conduzem, por exemplo, a compreender o papel da representação, visualização, abstração, raciocínio, demonstração, métodos, definições, etc., na construção do conhecimento, bem como outros aspectos da matemática e de sua prática. (SAITO, 2016, p. 08)

Assim como, mostra dificuldades de oportunizar a vinculação entre História da Matemática e ensino de Matemática,

Embora a história da matemática contribua para o ensino de matemática de diversas maneiras e em diferentes níveis, a viabilização da articulação entre história e ensino, entretanto, parece ainda carecer de bases teóricas mais sólidas, uma vez que os estudos com o intuito de avaliar e trazer novas contribuições da história ao ensino de matemática resumem-se em sua maior parte apenas a ensaios e relatos de aplicações. (SAITO, 2016, p. 04)

Mas, o autor pondera que pode ser uma experiência enriquecedora, assim como indica alguns estudos já realizados. Neste sentido, Morey (2013, p. 82), afirma sobre o uso de História da Matemática no ensino: “[...] é sobre a riqueza de objetivos que podem se traçados pelo educador matemático que se dispõe a inserir fontes originais no processo de ensino e aprendizado de matemática.”

Assim como, Ubiratan D’Ambrósio (2009, p. 29-30) debate o uso da História da Matemática no ensino, e afirma que a mesma “é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época”. Nesta perspectiva, pode-se perceber que ao utilizar a História da Matemática em sala de aula, o aluno poderá compreender que cada conteúdo originou-se por algum motivo característico mediante as necessidades de cada civilização.

Ao utilizar a História da Matemática em uma atividade no processo de ensino de Matemática foi evidenciado por Saito e Pereira (2019, p. 406) que:

Dentre as diversas formas de mobilizar conhecimentos matemáticos vinculados a educação básica, a história da matemática tem fornecido interessantes recursos que podem proporcionar a realização de atividades na interface entre história e ensino de matemática, conduzindo a um ensino contextualizado em consonância com as atuais tendências da educação matemática.

Os autores concluíram, afirmando que “[...] podemos refletir e direcionar nossas iniciativas para a construção de interfaces entre história e ensino de matemática, [...]” (SAITO; PEREIRA, 2019, p. 427-428) considerando que a atividade realizada foi satisfatória e a possibilidade de elaborar novas intervenções.

Concordando com os autores, Mendes (2017) afirma que estas discussões envolvendo o desenvolvimento histórico da Matemática é de extrema importância para dar significado, afirmando que:

[...] podemos asseverar que a história da matemática que consideramos adequada para ser inserida no desenvolvimento conceitual dos estudantes refere-se diretamente ao desenvolvimento epistemológico das ideias, conceitos e relações matemáticas ensinadas e aprendidas na Educação Básica e no Ensino. (MENDES, 2017, p. 156)

Em consonância, Gutierre (2011) defende o uso e explicita o planejamento de suas atividades:

Em nossa metodologia de ensino e aprendizagem, que utiliza a História da Matemática como recurso pedagógico, não queremos que o aluno percorra todo o percurso que nossos antepassados tiveram de fazer até chegar ao nível atual de descobertas, mas queremos desafiá-lo em termos de estratégias do pensamento, por meio das atividades elaboradas que favoreçam a reconstrução e apropriação dos conhecimentos. (GUTIERRE, 2011, p. 31)

Complementando o que foi citado anteriormente, Fossa (2001, p. 79 apud GUTIERRE, 2011, p. 32) afirma que “[...] atividades bem estruturadas e usadas com consistência e criatividade podem ser instrumento poderoso na aquisição de conceitos matemáticos”.

Corroborando as ideias semelhantes, Miguel e Miorim (2011) defendem o uso da História da Matemática como um recurso indispensável no ensino da disciplina. Tendo em vista que com a Matemática apresentada de forma histórica, o aluno perceberá o real motivo de estudar Matemática, e, principalmente, que nada surgiu por acaso. Tão pouco, é por acaso que a estudamos e a utilizamos diariamente. Desta forma, é possível despertar a curiosidade e o interesse por parte dos alunos para a busca de novos conhecimentos matemáticos.

Todos os autores citados concordam com a importância da História da Matemática para o ensino de Matemática, buscando um ambiente para planejar suas ações em sala de aula, como

uma prática pedagógica expondo aos alunos ações e fatos antigos relacionados com os conteúdos atuais.

3 METODOLOGIA

O trabalho foi desenvolvido inicialmente por uma pesquisa bibliográfica (GIL, 2008), ação necessária, realizada em artigos, livros, dissertações e teses presentes no catálogo da CAPES, que fundamentam teoricamente a atividade desenvolvida.

Assim como, pela ação a pesquisa tem natureza aplicada, quando objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, elementos direcionados à qualificação da ação docente, que visam, desenvolver interesse e curiosidade sobre a origem de conceitos matemáticos, assim como a utilização deles.

4 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO PRÁTICA PEDAGÓGICA

Após ser apresentada a definição: “Radiciação é a operação inversa da potenciação. Dados $a \in \mathbb{R}$ e $n \in \mathbb{N}^*$, define-se $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$, sendo a o radicando, b a raiz e n o índice.” do livro Matemática, Compreensão e Prática (8º ano) dos autores Silveira e Marques (2008), foram realizados exemplos e considerações para radiciações seguindo a definição.

Em um segundo momento, apresentamos conceitos sobre os babilônicos, povos mesopotâmicos conforme Roque (2012, p. 36)

A palavra “Mesopotâmia”, que em grego quer dizer “entre rios”, designa mais uma extensão geográfica do que um povo ou uma unidade política. Entre os rios Tigre e Eufrates, destacavam-se várias cidades que se constituíam em pequenos centros de poder, mas também passavam por ali povos nômades, que, devido à proximidade dos rios, acabavam por se estabelecer. Dentre os que habitaram a Mesopotâmia estão os sumérios e os acadianos, hegemônicos até o segundo milênio antes da Era Comum. As primeiras evidências de escrita são do período sumério, por volta do quarto milênio a.E.C. Em seguida, a região foi dominada por um império cujo centro administrativo era a cidade da Babilônia, habitada pelos semitas, que criaram o Primeiro Império Babilônico. Os semitas são conhecidos como “antigos babilônios”, e não se confundem com os fundadores do Segundo Império Babilônico, denominados “neobabilônios”. Data do período babilônico antigo (2000-1600 a.E.C.) a maioria dos tabletes de argila mencionados na história da matemática.

Os povos babilônicos foram muito profícuos em ensinamentos matemáticos, entre eles o cálculo da raiz quadrada de um número. No texto de Mol (2013, p. 19) está explicitado o método iterativo para este cálculo

Os babilônicos usavam, para o cálculo da raiz quadrada, um método de aproximações sucessivas. Para resolver $x = \sqrt{a}$, tentavam uma primeira aproximação a_1 . A segunda aproximação era obtida por $b_1 = a/a_1$, tendo como base o fato de que se $a_1 \approx \sqrt{a}$, então $a_1 \approx a/\sqrt{a} = \sqrt{a}$. Evidentemente, se a_1 é menor do que o valor de \sqrt{a} procurado, então b_1 é maior do que esse valor e vice-versa. Assim, a aproximação seguinte pode ser tomada como a média aritmética $a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1)$. O processo continua, fazendo $b_2 = a/a_2$ e tomando como aproximação seguinte $a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2)$.

Após apresentarmos o texto aos alunos, mostramos o tablete da figura 1



Figura 1: Tabuleta $\sqrt{2}$ - Babylonian Collection, Yale University (MOL, 21011).

Dialogamos com os alunos sobre o tablete e a maneira de calcular $\sqrt{2}$, a partir da descrição do cálculo, fizemos no quadro escolar para $a = 2$, concordamos em começar com $a_1 = 1$, as contas foram feitas pelos alunos então usamos quatro casas decimais (desconsiderando após a quinta casa decimal), as ações seguem no quadro 1.

Quadro 1: Cálculo da raiz quadrada de 2

n	a_n	$b_n = a/a_n$	$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n)$
1	$a_1 = 1$	$b_1 = \frac{2}{1} = 2$	$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = \frac{1}{2}(1 + 2) = 1,5$
2	$a_2 = 1,5$	$b_2 = \frac{2}{1,5} = 1,3333$	$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = \frac{1}{2}(1,5 + 1,3333) = 1,4166$
3	$a_3 = 1,4166$	$b_3 = \frac{2}{1,4166} = 1,4118$	$a_4 = \frac{1}{2}(a_3 + b_3) = \frac{1}{2}(1,4166 + 1,4118) = 1,4142$
4	$a_4 = 1,4142$	$b_4 = \frac{2}{1,4142} = 1,4142$	$a_4 = b_4 = 1,4142$

Fonte: Elaboração própria

O método finaliza ao encontrarmos $a_n = b_n$, a atividade mostrou aos alunos, como foi possível determinar a raiz quadrada para qualquer número sem meios eletrônicos. É importante registrar que houve o comentário de alguns alunos que eles achavam que só podia determinar a raiz quadrada com a calculadora, corroboramos que a calculadora não é imprescindível. Continuando a atividade, o segundo número proposto foi $\sqrt{4}$, eles responderam rápido que é 2, mas os levamos a pensar pelo método com $a = 4$ e $a_1 = 1$, segue os passos no quadro 2.

Quadro 2: Cálculo da raiz quadrada de 4

n	a_n	$b_n = a/a_n$	$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n)$
1	$a_1 = 1$	$b_1 = \frac{4}{1} = 4$	$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = \frac{1}{2}(1 + 4) = 2,5$
2	$a_2 = 2,5$	$b_2 = \frac{4}{2,5} = 1,6$	$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = \frac{1}{2}(2,5 + 1,6) = 2,05$
3	$a_3 = 2,05$	$b_3 = \frac{4}{2,05} = 1,9512$	$a_4 = \frac{1}{2}(a_3 + b_3) = \frac{1}{2}(2,05 + 1,9512) = 2,0006$
4	$a_4 = 2,0006$	$b_4 = \frac{4}{2,0006} = 1,9994$	$a_5 = \frac{1}{2}(a_4 + b_4) = \frac{1}{2}(2,0006 + 1,9994) = 2$
5	$a_5 = 2$	$b_5 = \frac{4}{2} = 2$	$a_5 = b_5 = 2$

Fonte: Elaboração própria

Mostrando que o método é válido para números que possuem raiz quadrada inteira ou não, ressaltamos que alguns alunos se surpreendem com essas informações. Porém, surgiu nos alunos o seguinte questionamento, e se o número fosse 80.

Com $a = 80$ o questionamento foi:

Qual o número nós atribuiremos para a_1 ?

Os alunos deram várias sugestões aleatórias, mas uma opinião se sobressaiu, um dos alunos afirmou:

'81 tem raiz quadrada igual a 9, assim 80 é perto de 81, então a raiz é perto de 9, né? '. Aproveitamos esta declaração para dialogar com a classe sobre como decidir pela escolha de do termo inicial a_1 .

Então, a turma compreendeu o motivo da escolha e começamos a utilizar o método com $a = 80$ e $a_1 = 9$, segue as ações no quadro 3.

Quadro 3: Cálculo da raiz quadrada de 80

n	a_n	$b_n = a/a_n$	$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n)$
1	$a_1 = 9$	$b_1 = \frac{80}{9} = 8,8888$	$a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + b_1) = \frac{1}{2}(9 + 8,8888) = 8,9444$
2	$a_2 = 8,9444$	$b_2 = \frac{80}{8,9444} = 8,9441$	$a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + b_2) = \frac{1}{2}(8,9444 + 8,9441) = 8,9442$
3	$a_3 = 8,9442$	$b_3 = \frac{80}{8,9442} = 8,9443$	$a_4 = \frac{1}{2}(a_3 + b_3) = \frac{1}{2}(8,9442 + 8,9443) = 8,9442$
4	$a_4 = 8,9442$	$b_4 = \frac{80}{8,9442} = 8,9443$	$a_3 = a_4$ e $b_3 = b_4$

Fonte: Elaboração própria

Observem que a finalização para $a = 80$ foi diferente dos exemplos anteriores, para $a = 2$ e para $a = 4$, neste momento, alguns observaram este detalhe. Momento em que mostramos como a decisão do uso de 4 casas decimais, trouxe conclusões diferentes dos anteriores.

Apresentamos uma prática pedagógica, que não exige materiais de alto custo do professor ou da escola, necessita apenas do interesse por parte destes, Mendes (2009, p. 110) afirma que "[...] mesmo que a escola não ofereça condições materiais desejáveis para o exercício dessa prática, não se justifica a omissão do professor, pois é necessário tentarmos melhorar de alguma forma a qualidade do ensino adaptada às condições da escola e ao nível de seus alunos."

5 CONCLUSÃO

O trabalho realizado foi extremamente satisfatório, principalmente por mostrar aos alunos que uma operação como radiciação existia desde os povos babilônicos, ressaltando que era realizada sem qualquer ajuda de eletrônico, fato que parece incompreensível para alunos de 13 a 15 anos. Mendes (2009, p. 107) afirma que "[...] é importante valorizarmos e adaptarmos as informações históricas às nossas necessidades, visando o seu melhor uso possível na sala de aula.", com atividades diferenciadas.

É importante observar que utilizamos uma metodologia diferenciada com História da Matemática, na qual os alunos participaram, questionaram, se envolveram, e conseqüentemente foi proveitoso para o processo de ensino e aprendizagem.

Vale salientar que este trabalho é um recorte de uma pesquisa intitulada *O ensino de Matemática com a utilização de metodologias diferenciadas*, pesquisa mais ampla desenvolvida no curso de Licenciatura em Matemática do IFRN – Campus Santa Cruz.

REFERÊNCIAS

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos/Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2009. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

FOSSA, Jonh Andrew. Ensaio sobre Educação Matemática. In: GUTIERRE, Liliâne dos Santos; **História da Matemática: atividades para a sala de aula**. 1. ed. Natal: Editora da UFRN, 2011. v. 1. 95p.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUTIERRE, Liliâne dos Santos. **História da Matemática: atividades para a sala de aula**. 1. ed. Natal: EDUFRN, 2011.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula: Tecendo redes cognitivas na aprendizagem**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MENDES, Iran Abreu. História para o ensino da Matemática: uma reinvenção didática para a sala de aula. **Revista COCAR**, Belém/PA, Edição Especial n.3, p. 145 a 166, jan./jul., 2017.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. (Coleção tendências em educação matemática).

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MOREY, Bernadete Barbosa. Fontes Históricas nas salas de aula de Matemática: o que dizem os Estudos Internacionais. **RBHM**, São Paulo, v. 13, n. 26, p. 73-83, 2013.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática**. Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, Fumikazo. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino de Matemática em debate**. São Paulo, v. 3, n. 1, p. 03-19, 2016. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002>>. Acesso em: 25 jul. 2019.

SAITO, Fumikazo. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**. Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática Sinop, Cuiabá/MT, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 604-618, ago./out., 2018. Disponível em: <<http://sinop.unemat.br/projetos/revista/index.php/eventos/article/view/3204/2343>>. Acesso em: 25 jul. 2019.

SAITO, Fumikazo; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 21, n. 1, p. 405-432, 2019.

Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41337>>. Acesso em: 20 jul. 2019.

SILVEIRA, Ênio; MARQUES, Cláudio. **Matemática: compreensão e prática**, 8º ano, 1 ed. São Paulo: Moderna, 2008.